

Bewertung der eingereichten Kommentare zur Wochenaufgabe vom 18.05.2004

**Was halten Sie von diesem Beweis des Satzes von Pythagoras?
Würden Sie ihn in der Schule einsetzen?
In welcher Phase des Unterrichts?**

Einführend möchte ich sagen, dass durch die bekannten Gründe die vorliegende Wochenaufgabe nur kurz zu beantworten war. Daher war für mich die Bewertung der Antworten nicht ganz so einfach.

Person A:

Meiner Meinung nach ist dieser Beweis des Satzes von Pythagoras, bei dem die Beziehungen der Flächeninhalte ähnlicher Figuren genutzt werden, für mich sehr einfach und logisch nachvollziehbar.

Allerdings denke ich, dass ich diesen Beweis in der Schule nicht verwenden würde, da er sehr theoretisch und wenig anschaulich gehalten wird. Außerdem wird vorausgesetzt, dass die Schülerinnen und Schüler mit ähnlichen Figuren, deren Eigenschaften und dem konstanten Streckfaktor vertraut sind.

Ich würde bei der Einführung des Satzes von Pythagoras eine Beweismöglichkeit benutzen, bei der die Schüler (zum Beispiel an der Tafel oder durch eigenes Ausschneiden und Ausprobieren) die Aussage des Satzes visuell dargelegt bekommen, um es später vielleicht eher nachvollziehen zu können.

Prinzipiell denke ich, dass Beweise immer in der Unterrichtsphase des Erarbeitens, also in der Erarbeitungsphase, eingeplant werden sollten, sonst müsste die Formel ja ohne jegliche Begründung der Klasse vorgelegt worden sein. Man sollte den Beweis so gestalten, dass man dadurch zur Formel gelangt und anschließend mit Übungsphasen das Thema festigen.

-> Die Bedenken mit der Ähnlichkeit - finde ich - sind berechtigt.

Person B:

Im Allgemeinen wird der Satz des Pythagoras so formuliert, dass das Quadrat über der Hypotenuse (Hypotenusenquadrat) denselben Flächeninhalt hat, wie die beiden Kathetenquadrate zusammen. Als Gleichung ausgedrückt, bedeutet das $a^2 + b^2 = c^2$.

Diese Formulierung wird auch des Öfteren als Grundlage für die Beweise des Satzes verwendet, indem gezeigt wird, dass die Kathetenquadrate flächengleich mit dem Hypotenusenquadrat sind.

In diesem Beweis ist der Ansatz anders: man geht von einem rechtwinkligen Dreieck aus und fällt vom Punkt auf der Strecke AB das Lot auf den Punkt C. Durch diese Strecke CD wird das große Dreieck in zwei kleinere, ebenfalls rechtwinklige Dreiecke geteilt. Da die Winkel gleich sind, sind die drei Dreiecke ähnlich zueinander. Wählt man nun eine Variable s mit

$$A = s * \text{Seite}^2,$$

wobei s für alle drei Dreiecke gleich groß ist, kann man auf der Grundlage der Behauptung, dass die zwei kleinen Dreiecke flächengleich mit dem großen Dreieck sind, folgende Gleichung aufstellen:

$$s \cdot c^2 = s \cdot a^2 + s \cdot b^2$$

teilt man nun durch s erhält man den Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Hiermit hat man die Aussage von Pythagoras über folgenden Satz bewiesen:

Für ähnliche Figuren wächst der Flächeninhalt mit dem Quadrat der Länge der entsprechenden Seiten.

Insgesamt finde ich persönlich den Beweis sehr interessant. Zwar ist der Ansatz ungewöhnlich und ich habe erst erkennen müssen, um was es genau geht und vor allem für was das s steht, aber nachdem dies geschehen war, fand ich den Beweis einleuchtend und gut.

Dieser Beweis zum Satz des Pythagoras ist zwar nicht der konventionelle Schulbeweis, aber er ist meiner Ansicht nach auch für den Einsatz in der Schule geeignet. Der Beweis ist zwar nicht so anschaulich, wie der konventionelle, aber die Schüler können ihn mit ihrem Vorwissen ohne größere Schwierigkeiten nachvollziehen, sofern man zuvor die Ähnlichkeit ausführlich behandelt hat.

Ich würde den Beweis in der Schule einsetzen, um den Schülern zu zeigen, dass es noch weitere Möglichkeiten gibt, den Satz von Pythagoras zu beweisen. Anschließend können die Schüler dann selbst entscheiden, welcher Beweis ihnen besser zusagt, und mit welchem sie eher zurechtkommen. Als einzigen Beweis würde ich ihn nicht wählen, da er dazu doch nicht anschaulich genug ist. Ich denke, dass Schüler den konventionellen Beweis eher nachvollziehen können, da man einfach die Quadrate aus Papier legen bzw. umlegen kann.

->Die Idee mehrere Beweise vorzuführen ist sehr gut, nur frage ich mich ob dafür wohl genug Zeit in der Schule ist.

Person C:

Dieser Beweis für den Satz des Pythagoras ist mir nicht besonders sympathisch. Ich finde den Beweis, mit den Quadratflächen über den Dreiecksseiten, anschaulicher, weil er das Quadrieren der Dreiecksseiten ersichtlich macht.

Bei diesem Beweis (mit s) ist es vielleicht etwas verwirrend, warum man, dass s benötigt und nachher rauskürzt ohne es genauer bezeichnet zu haben.

Würde ich den Beweis in meinen Unterricht einsetzen, dann um eine weitere Beweisidee für den Satz des Pythagoras vorzustellen.

-> Man könnte dieses s das heraus fällt in der Schule ja irgendwie bezeichnen.

Person D:

Ich würde diesen Beweis in der Schule nicht einsetzen, zumindest nicht als Einstieg und „einfacher“ Beweis zum Thema „der Satz des Pythagoras“.

Ich finde den Beweis nicht anschaulich genug, es kommen überhaupt keine Quadratflächen vor. Doch der Satz heißt nun einmal: $c^2 = a^2 + b^2$. Ich denke dies verwirrt die Schüler. Sie würden vermutlich auch nicht verstehen wo das „ s “ her kommt, denn das Wissen über ähnliche Figuren wird zu gering sein.

Ich würde auf einen Beweis, bei dem auf die Quadratflächen zurück gegriffen wird bevorzugen.

-> Es kann doch Schüler geben die nicht so Geometrisch bewandert sind und deshalb diesen Beweis mögen, weil hier ein bisschen Algebra vorkommt.

Person E:

Ich würde diesen Beweis nicht in der Schule einsetzen. Es ist daraus nicht ersichtlich, was das „s“ mit dem Dreieck zu tun hat. Wo kommt es her? Warum kann ich das einfach annehmen?

Es erscheint willkürlich gewählt zu sein und nachher einfach wieder weggekürzt.

Um auf den Satz des Pythagoras hinzuleiten würde ich ein Beispiel wählen, bei dem die Dreiecke und Quadrate ausschneiden kann und dem entsprechend zusammensetzen.

-> Das praktische Tun ist sicher sehr Sinnvoll.

Person F:

Ich finde diesen Beweis nicht so gut und verständlich. Ich habe schon einige Zeit gebraucht ihn zu verstehen, was natürlich auch daran liegen kann, dass er auf Englisch formuliert wurde und ich auch damit Probleme hatte.

In der Schule müssen, jedoch meiner Meinung nach Ähnliche Dreiecke schon behandelt worden sein, damit die Schüler den ganzen Sachverhalt verstehen und man diesen Beweis durchführen kann. Nach meiner Information werden aber in der Realschule kaum ähnliche Figuren behandelt und so finde ich diesen Beweis eher unangebracht. Ansonsten kann ein Schüler den weiteren Sachverhalt gut nachvollziehen. Jedoch würde ich diesen Beweis nicht in der Schule machen.

-> Dann könnte man den Beweis doch auch dazu verwenden die Begriffe Ähnlich zu wiederholen.

Person G:

Dieser Beweis des Satzes von Pythagoras ist meiner Meinung nach für Schüler zu verwirrend. Ihnen fehlen die Grundlagen (warum sind die Dreiecke ähnlich?) um den Beweis nachvollziehen zu können.

Ich würde in meinem Unterricht in der Schule auf den Beweis mit den Quadratflächen über den Dreiecksseiten zurückgreifen.

-> Hier ist es eben an dem Lehrer die „Verwirrung“ der Schüler zu entwirren und ihnen den so didaktisch Aufzubereiten das keine Verwirrung mehr entsteht.

Kommentar „H“

Dieser Beweis des Satzes von Pythagoras ist meiner Meinung nach für Schüler zu verwirrend. Ihnen fehlen die Grundlagen (warum sind die Dreiecke ähnlich?) um den Beweis nachvollziehen zu können.

Ich würde in meinem Unterricht in der Schule auf den Beweis mit den Quadratflächen über den Dreiecksseiten zurückgreifen.

Bewertung: in Ordnung

*Auf jede Frage wird eingegangen bzw. eine kurze Begründung gegeben.
Die Beantwortung der Frage 3 erübrigt sich, da Frage 2 ablehnend
beantwortet wurde.*

Kommentar „I“

Was halten Sie von diesem Beweis des Satzes von Pythagoras?

Der Beweis ist mir nicht neu, und ich finde ihn prinzipiell gut, aber schwierig zu verstehen, wenn man den Hintergrund der Ähnlichkeitsgeometrie nicht kennt. Für den Durchschnittsschüler halte ich ihn nicht als besonders geeignet.

Würden Sie ihn in der Schule einsetzen?

Gegen die Mathematische Theorie, die hinter dem Satz steckt ist sicher nichts einzuwenden, aber ich würde ihn in der Schule nicht unbedingt einsetzen. Ich habe die Erfahrung gemacht, dass viele Schüler große Probleme haben, den Satz zu verstehen, weil sie mit dem Quadrat nicht zurecht kommen.

Gerade bei der Anwendung vergessen sie oft, die Wurzel zu ziehen. Erst wenn sie eine ‚bildliche Vorstellung‘ von den Quadraten haben und den Bezug aufbauen können, wie diese Quadrate mit dem Satz zusammenhängen, können sie ihn auch richtig anwenden. Ich kann mir nicht vorstellen, dass der zugegebene ‚elegante‘ Beweis bei den Schülern ein Verstehen der Zusammenhänge zwischen dem Quadrat und den Seitenlängen bewirkt. Andere Beweise halte ich für wesentlich schülergerechter. Ein anderes Problem sehe ich darin, dass ein Schüler ein gewisses Verständnis für Ähnlichkeitsgeometrie benötigt.

In welcher Phase des Unterrichts?

Wenn ich diesen hier einsetzen würde, dann erst am Ende der Unterrichtseinheit, wenn bereits eine Vorstellung durch Anwendungen besteht. Aber selbst dann, würde ich ihn irgendwie ‚gut verpacken‘ und als Aufgabe präsentieren, nicht als reinen Beweis. Vielleicht könnte man ihn auch am Ende einer Geometrieeinheit einsetzen, in der die Grundlagen für ein Verstehen gelegt wurden.

Bewertung: Die „Stellungnahme“ zu den 3 Fragen gefällt mir gut, da trotz begründeter Bedenken des Einsatzes des vorliegenden Beweises sich Gedanken über den möglichen Einsatz im Unterricht gemacht wurde. Außerdem wird die „Stellungnahme“ zu den 3 Fragen sehr übersichtlich vorgenommen.

Kommentar „J“

Ich würde diesen Beweis nicht für meinen Unterricht verwenden, da ich ihn für zu verwirrend halte.

Wo kommen die ‚s‘ her und was soll das? Was macht man damit? usw. sind die von mir erwarteten Reaktionen.

Ich finde den Beweis mit den Quadratflächen über den Dreiecksseiten besser, weil er das Quadrieren der Dreiecksseiten verdeutlicht.

Bewertung: in Ordnung

Auf jede Frage wird eingegangen bzw. eine kurze Begründung gegeben. Obwohl ich den zweiten Satz als Begründung auch etwas verwirrend finde, kann man mit der geforderten Kürze der Beantwortung der Frage zufrieden sein.

Kommentar „K“

Beweis Pythagoras

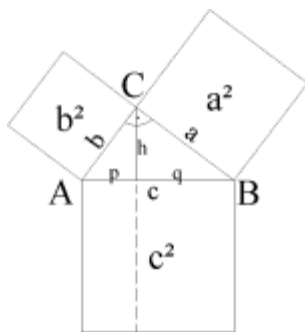
Ich finde diesen Beweis bis auf den Schritt "Fläche = $s \cdot$ entsprechende Seite²" leicht verständlich. Hier musste ich etwas überlegen, bis ich es verstanden habe und ich denke, dass da auch die Probleme der Schüler liegen werden.

Die Idee an sich finde ich gut und ich würde diesen Beweis auch in der Schule machen, da hier verschiedene mathematische Sachverhalte verknüpft werden, also Proportionalität und Ähnlichkeit angewandt werden müssen.

Das wäre aber so zum Abschluss dann einen Beweis, den ich in Gruppenarbeit durchführen lassen würde. Zum Anfang finde ich ihn nicht geeignet, da er die Seitenquadrate nicht anschaulich macht.

Ich denke aber, dass ich ihn nicht herleiten lassen würde, sondern eher von einer Gruppe bearbeiten und dann präsentieren und erklären. Ich glaube nicht, dass Schüler auf diese Beziehung kommen.

Bewertung: Die „Stellungnahme“ zu den 3 Fragen gefällt mir gut, da trotz begründeter Bedenken des Einsatzes des vorliegenden Beweises sich Gedanken über den möglichen Einsatz im Unterricht gemacht wurde. Die vorliegenden Bedenken werden gut fachlich begründet.



Kommentar „L“

Zum Beweis des Satzes von Pythagoras:

Der Beweis wirkt durch die Teilung des großen Dreiecks in zwei kleine Dreiecke etwas konstruiert. Damit meine ich, dass ich bei der Verwendung dieses Beweises in der Schule die Schüler nicht überzeugen könnte, weshalb es auf einmal interessant sein sollte die Strecke CD in das Dreieck ABC einzuzeichnen. Alles in allem ist der Beweis logisch und leicht nachvollziehbar. Da aber nicht konkret mit Flächen über den Dreieckseiten, wie zum Beispiel beim Schaufelradbeweis, argumentiert wird geht bei diesem Beweis der praktisch- spielerische Beweischarakter, der in schwächeren Klassen oftmals notwendig ist, ein wenig verloren. Diesen Beweis würde ich im Unterricht erst einsetzen, wenn die Schüler mit dem Satz des Pythagoras vertraut sind, d.h. wenn gewährleistet ist, dass alle die Aussage des Satzes verstanden haben. Erst dann wäre es möglich die Schüler „um die Ecke“ denken zu lassen, wobei es fraglich ist inwiefern die Schüler die Gesetze der Ähnlichkeit von Figuren kennen und verstehen.

Bewertung: Eine gute fachlich fundamentierte Beantwortung der einzelnen Fragen. Auch wenn die Reihenfolge der Beantwortung der Fragen nicht ganz eingehalten wird, kann man gut den Ausführungen folgen.

Kommentar „M“

Zum Beweis des Satzes von Pythagoras:

Der Beweis wirkt durch die Teilung des großen Dreiecks in zwei kleine Dreiecke etwas konstruiert. Damit meine ich, dass ich bei der Verwendung dieses Beweises in der Schule die Schüler nicht überzeugen könnte, weshalb es auf einmal interessant sein sollte die Strecke CD in das Dreieck ABC einzuzeichnen. Alles in allem ist der Beweis logisch und leicht nachvollziehbar. Da aber nicht konkret mit Flächen über den Dreieckseiten, wie zum Beispiel beim Schaufelradbeweis, argumentiert wird geht bei diesem Beweis der praktisch- spielerische Beweischarakter, der in schwächeren Klassen oftmals notwendig ist, ein wenig verloren. Diesen Beweis würde ich im Unterricht erst einsetzen, wenn die Schüler mit dem Satz des Pythagoras vertraut sind, d.h. wenn gewährleistet ist, dass alle die Aussage des Satzes verstanden haben. Erst dann wäre es möglich die Schüler „um die Ecke“ denken zu lassen, wobei es fraglich ist inwiefern die Schüler die Gesetze der Ähnlichkeit von Figuren kennen und verstehen.

*Bewertung. Siehe unter Kommentar „L“
Trotzt mehrmaliger Versuche des Kopierens aus BSCW erschien immer wieder derselbe Kommentar wie bei „K“. Ich gehe also davon aus, das beide Studenten zusammen einen Kommentar zur Wochenaufgabe erledigt haben.*