Fachdidaktisches HS Mathematik SS 2004
Auswertung der Wochenaufgabe 6
Judith Grüner, Franziska Heller

Auswertung der Wochenaufgabe 6 – Besondere Punkte im Dreieck

Wöchentliche Aufgabe zum Vortrag METRISCHE RÄUME

Abgabe bis zum 28.6. 12:00 Uhr

In Dreiecken gibt es außer den vier in der Schule üblichen „besonderen Punkte im Dreieck“ noch weitere „besondere Punkte“.
Suchen Sie im Internet nach diesen Punkten, wählen Sie einen davon aus (jeder Punkt darf nur einmal „vorkommen“) und stellen Sie in einem rtf-Dokument kurz die Besonderheiten und die Entdeckungsgeschichte (von wem, wann usw.) „Ihres“ Punktes vor.

Punkt	**Entdecker**	**Beschreibung (z.T. gekürzt)**	**Beschreibung des Punktes - Unsere Beurteilung**	**Sonstiges**
Der Ankreismittelpunkt	?	M_A ist jeweils Schnittpunkt zweier Außenwinkelhalbierenden und der dritten (Innen)Winkelhalbierenden	Ausführlich Schaubild etwas überfüllt und Bezeichnungen verdeckt. Das Ausgangsdreieck ist leider nicht auf den ersten Blick erkennbar, da die Dreiecke über den Seiten ebenfalls dick gezeichnet sind.	

Exeter Punkt	1986 an der Philips-Exeter-Academy anlässlich einer Konferenz über Computer-Mathematik entdeckt.	Gegeben sei ein ebenes Dreieck ΔABC mit dem Schwerpunkt S. In seinen Ecken werden an seinen Umkreis Tangenten gelegt. Die Schnittpunkte dieser Tangenten werden mit A`, B` und C` bezeichnet. Die Gerade AS schneidet den Umkreis noch einmal im Punkt A``. Entsprechend werden die Punkte B`` und C`` konstruiert. Dann gilt: Die Geraden A`A``, B`B`` und C`C`` sind kopunktal. Ihr Schnittpunkt wird als der Exeter-Punkt E des Dreiecks ΔABC bezeichnet.	Sehr verständlich. Allerdings: *„Dann gilt: Die Geraden A`A``, B`,B`` und C`C`` sind kopunktal.“* Eine Erklärung zu kopunktal fehlt. Schönes Schaubild.	Ich denke *kopunktal* heißt, dass sich die Geraden in einem Punkt schneiden.
Brocard Punkt	Nach dem Franzosen Pierre Henri Brocard (1845 bis 1922) benannt. Der Offizier studierte Meteorologie. Bekannt wurde er jedoch für seine Arbeiten am Dreieck.	$\cot\omega = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ Punkte P_1 und P_2 für die gilt: Winkel (BAP_i)=Winkel (CBP_i) =Winkel (ACP_i)=ω=Brocard-Winkel (i=1;2)	Gut Verständlich, besonders die Aufteilung in Erklärung des Punktes und Konstruktion ist gut. Schöne Schaubilder	
Gergonne Punkt	Joseph-Diez Gergonne ist 1771 geboren und starb 1859. Französischer Astronom, Mathematiker und Logiker. Gergonne leistete bedeutende Beiträge zur projektiven Geometrie und erkannte das Dualitätsprinzip	Schnittpunkt der drei Geraden, die durch die Berührpunkte des Inkreises mit den Dreiecksseiten und der jeweils entgegengesetzten Ecke des Dreiecks gehen	Verständliche Erklärung. Schaubild könnte noch eine Inkreisbezeichnung vertragen, ansonsten ist es sehr übersichtlich.	1810 veröffentlichte Gergonne „Annales de mathématique pures et appliquées“ welche auch unter „Annales de Gergonne“ bekannt wurde.

1. Napoleon Punkt	Nach dem berühmten französischem Feldherren Napoleon Bonaparte benannt, der sich nicht nur mit Kriegen beschäftigte, sondern auch mit Mathematik.	Dazu wird über einem beliebigen Dreieck an jeder Seite ein entsprechendes gleichseitiges Dreieck konstruiert. Verbindet man nun die neu entstandenen Schwerpunkte mit den gegenüberliegenden Punkten aus dem ursprünglichem Dreieck, so schneiden sich alle drei Geraden in einem Punkt, dem **ersten Napoleon Punkt**	Die Beschreibung ist in ihrer Kürze in Ordnung. Das Schaubild lässt sämtliche Bezeichnungen vermissen; es ist außerdem sehr ungenau.	
2. Napoleon Punkt		Im Dreieck *ABC* wird über der Seite *BC* ein gleichseitiges Dreieck *BCA'* konstruiert. An den anderen beiden Dreiecksseiten werden die gleichseitigen Dreiecke *CAB'* und *ABC'* konstruiert. *X*, *Y* und *Z* sind die Schwerpunkte der gleichseitigen Dreiecke. X_{18} ist der Schnittpunkt der Geraden *AX*, *BY* und *CZ*. $X_{18} = \csc(A - \pi/6) : \csc(B - \pi/6) : \csc(C - \pi/6)$	Nun ja, ... !	

Spieker Zentrum		Das Spieker-Zentrum Sp ist der Mittelpunkt des Spieker-Kreises. Unter dem Begriff Spieker-Kreis versteht man den Inkreis des Mittendreiecks M_A M_B M_C.	Verständliche Erklärung. Das Schaubild ist etwas undeutlich, verschiedene Striche verwirren.	Ich konnte nur in Erfahrung bringen, dass eine Mathematik-Gruppe einen dreieckigen Tisch konstruierte, an diesem sie die Konstruktion des Spieker-Kreises verdeutlichen wollten. Gebaut wurde der Tisch von Theodore Grey, entwickelt von Chris Carlson.
Lemoine Punkt (= "Symmedian Punkt")	Emile Michel Hyacinthe Lemoine Geboren: 22 Nov 1840 in Quimper, Frankreich Gestorben: 21 Dez 1912 in Paris, Frankreich. Lemoine gab 1873 eine Veröffentlichung heraus in der er unter anderem die Konstruktion des sogenannten Lemoine-Punktes beschrieb.	Schnittpunkt der Symmediane (entstehen durch Spiegelung der Mittellinie an den Winkelhalbierenden) für $L=(\alpha, \beta, \gamma)$ ist $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ minimal $L=a:b:c=\sin(A):\sin(B):\sin(C)$	Sehr dürftig! Anhand der Beschreibung kann man es nicht verstehen. Das Schaubild ist durch fehlende Bezeichnungen erst nach längerem anschauen (zumindest) eine Hilfe.	Nett, einmal ein Bildchen vom Erfinder zu sehen.

Isodynamischer Punkt		Seien U und V die Schnittpunkte der Innen- und Außenwinkelhalbierenden von Punkt A mit der Geraden BC. Der Kreis durch U, V und A heißt Appollonischer Kreis bzgl. A. Die drei Appollonischen Kreise bzgl. A, B, C schneiden sich im (ersten) isodynamischen Punkt X15. X15 = sin(A + π/3) : sin(B + π/3) : sin(C + π/3)	Beschreibung ist recht verständlich. Problem ist das Schaubild, in dem z.B. die Winkelhalbierenden nicht zu finden sind. Zudem fehlen weitere Bezeichnungen und die Anordnung der bestehenden könnte verbessert werden.	

Fermat Punkt	Der französische Mathematiker Pierre de Fermat wurde am 20.01.1601 in Beaumont-de-Lomagne bei Montauban geboren und verstarb am 12.01.1665 in Castres.	Der Fermat-Punkt ist derjenige Punkt im Dreieck, für den die Summe der Entfernungen zu den Ecken minimal ist. Ferner gilt: Die Strecken AA', BB', CC' sind gleich lang und schneiden sich unter einem Winkel von 60°.	Dürftig. *„…die Summe der Entfernungen zu den Ecken minimal ist.“*; hätte man vielleicht zur Verdeutlichung noch in Buchstaben ausdrücken können. Es ist schwer nachzuvollziehen, wo die 60° sind, von denen berichtet wird, wenn keine weitere Angabe gemacht wird. Das Schaubild ist insofern, da es auch um Winkel, geht ebenfalls dürftig.	Fermat studierte Rechtswissenschaften und war ab 1631 am Gericht in Toulouse. Er gilt als einer der Väter der neuzeitlichen Mathematik. Seine mathematischen Erkenntnisse sind größtenteils in Briefen an seine Zeitgenossen Renè Descartes und Blaise Pascal enthalten. Sein Interesse an Fragen der Arithmetik wurde vor allem durch das Studium der Werke von Diophantos von Alexandra geweckt, welche 1621 von Bachet de Méziriac vom Griechischen ins Lateinische übersetzt waren.

Allgemein: Die Beschreibungen waren größtenteils in Ordnung, bei der Geschichte ist es zugegeben schwierig etwas zu finden.
Die Schaubilder die aus dem Internet übernommen wurden sind für den Schuleinsatz größtenteils nicht zu gebrauchen. Es fehlen fast immer die Bezeichnungen der wichtigsten Punkte. Man sollte sich schon die Mühe machen und ein entsprechendes Programm verwenden um besser verständliche Schaubilder zu erzeugen.